数理漢文学への道

－再読をふくむ括弧表示－

島野達雄

漢文訓読の返り点と竪点（たててん＝連続符号）がもたらす返読は、＜　＞と－だけをもちいる「括弧表示」であらわせる。この括弧表示を再読をふくむ場合まで拡張し、訓読パターンの数列の母関数を得たので報告する。今回の発表は、数学上の定義や証明よりも、再読をふくむ括弧表示の、具体的な文例にもとづく作り方や留意点に力点をおく。

1. 返り点・竪点による、返読と再読

はじめに漢字1字の訓読を考える。嗟（ああ）、爾（なんじ）などには、返り点が付けられない。「場合の数（パターンの総数）」は、漢字をそのまま読む1通りだけになる。

少年（しょうねん）、有㆑朋（朋有り）のように漢字2字では、レ点の有無により、そのまま読む・2字を置き換える、の2通りの訓読のパターンがある。$\boxed{\text{未}}$㆑成のような再読をふくめると 3 通りになる（□で囲んだ漢字は再読する漢字。以下同様）。この再読の場合、「未だ成ら未（ず）」と「未」を2回読んでいる。

漢字3字では、そのまま読む我独醒（我独り醒たり）、レ点を使った可㆑妻也（妻わすべきなり）、朝聞㆑道（朝に道を聞く）、不㆑踰㆑矩（矩を踰えず）、一二点を使った楽㆓其俗㆒（其の俗を楽しむ）の5通りのほか、竪点を使った卑㆓－下之㆒（之に卑下す）を加えた6通りがある。漢字3字で再読をふくむパターンには、$\boxed{\text{未}}$㆑視狗（未だ視ざるの狗）、餓$\boxed{\text{且}}$㆑死（餓えてまさに死せんとす）、不㆑$\boxed{\text{応}}$㆑憂（まさに憂うべからず）、$\boxed{\text{猶}}$㆑吹㆑毛（なお毛を吹くがごとし）、$\boxed{\text{未}}$㆓之有㆒（未だこれ有らず）、$\boxed{\text{猶}}$㆑$\boxed{\text{未}}$㆑及（なお未だ及ばざるがごとし）の 6 通りがあり、返り点、竪点による返読および再読のパターンは合計12通りになる。

漢字4字では、そのまま読む天長地久（天は長く地は久し）のほか、返り点をつける忠言逆㆑耳（忠言耳に逆らう）、有㆑備無㆑憂（備え有れば憂いなし）、可㆑謂㆑孝乎（孝と謂うべし）、不㆓亦説㆒乎（亦説（よろこ）ばしからずや）、不㆑在㆓其位㆒（その位に在らず）などが14通り。二㆓－三其徳㆒（其の徳を二三にす）、所㆓－以為㆒㆑聖（聖たる所以）、患㆔所㆓－以立㆒（立つ所以を患（うれ）う）など竪点も使用する6通りを加えると、計20通り。$\boxed{\text{将}}$㆑落之日（まさに落ちんとするの日）、不㆑$\boxed{\text{応}}$㆑習㆑法（まさに法を習うべからず）、$\boxed{\text{未}}$㆑測㆓深浅㆒（未だ深浅を測らず）、$\boxed{\text{猶}}$㆓魚有㆒㆑水（なお魚に水有るがごとし）などの再読をふくめると、合計53通りの訓読パターンが考えられる。

1～7字の漢字に対する、訓読の「場合の数（パターンの総数）」は次のようになる。

表 1　1～7 字の漢字に対する訓読パターンの総数

漢字	1 字	2 字	3 字	4 字	5 字	6 字	7 字
返り点だけを使用	1	2	5	14	42	132	429
竪点も使用	1	2	6	20	70	254	948
再読をふくむ	1	3	12	53	248	1209	6078

2. 括弧表示と入れ子構造

このような「数え上げ」ができるのは、返り点と竪点がもたらす返読および再読を＜　＞（カッコ）と－（ハイフン）を用いた「括弧表示」であらわせるからである。

＜　＞と－の付け方の原則は次の 3 点になる。

① 先に読む部分を＜　＞でくくる。＜　と　＞　は必ず対として用いる。
② 後から読む、漢字 1 字または竪点（たてて ん＝連続符号）でつながれた 2 字以上の漢字は、竪点を－に置きかえ、左側の括弧（＜）の左側におく。
③ 再読のばあい、未－＜　＞　のように、－＜　を再読文字の右側につける。

いくつかの括弧表示の具体例を次に示そう。

a. 我心匪レ石、不レ可レ転也（我が心は石に匪らず、転ばすべからず）
　→　我心匪＜石＞、不＜可＜転＞＞也
b. 師不三必賢二於弟子一（師必ずしも弟子より賢ならず）
　→　師不＜必賢＜於弟子＞＞
c. 不下以二千里一称上也（千里を以て称せざる也）
　→　不＜以＜千里＞称＞也
d. 如欲三平二－治天下一（もし天下を平治せんと欲せば）
　→　如欲＜平－治＜天下＞＞
e. 此非四吾所三－以居二－処子一也（此れ吾れの子を居処せしむる所以に非ざるなり）
　→　此非＜吾所－以＜居－処＜子＞＞＞也
f. 陛下不レ応レ憂レ嶠、而応レ憂レ戎（陛下応に嶠を憂うべからず、応に戎を憂うべし）
　→　陛下不＜応－＜憂＜嶠＞＞＞、而応－＜憂＜戎＞＞
g. 未四嘗不三嘆二－息－痛－恨於桓霊一也（未だ嘗て桓霊に嘆息痛恨せずんばあらず）
　→　未－＜嘗不＜嘆－息－痛－恨＜於桓霊＞＞＞也
h. 未レ知二一生当一レ著二幾量屐一（未だ一生当に幾量の屐（げき）を著くべきを知らず）
　→　未－＜知＜一生当－＜著＜幾量屐＞＞＞＞

例文aはレ点およびレ点の連続、bは一二点、cは上下点のなかに一二点、dは一二点と竪点、eは一二点および竪点の入れ子、fはレ点と再読、gは一二点と漢字4字をつなぐ竪点および再読、hは再読が入れ子になっている。

以上の例文からわかるように、上下点のなかの一二点(c)のような自明な入れ子のほか、レ点の連続（a）や一二三点（b）も＜　＞の入れ子であらわすことができる。

3.　括弧表示の留意点と利点

返り点と竪点を＜　＞と－の括弧表示に置きかえる際には、いくつかの留意点がある。

（1）不要な竪点と必要な竪点

竪点は、江戸期にはおおむね、熟語を示す中央の縦線として用いられるほか、上下の漢字の間の右側に引いて音読み、左側に引いて訓読みをあらわすために用いられている。

このような音読み・訓読みを指示する竪点のほか、数在㆓天－地㆒（数は天地に在り）のような熟語を示す竪点は、返読とは無関係であり、あえて竪点を付ける必要がない。

これに対し、平㆓－治天下㆒（天下を平治す）の竪点は、「天下」から返って熟語として「平治」を読むために必要な竪点になっている。竪点をつけない平治㆓天下㆒は「平らかに天下を治む」と訓読するほかない。

括弧表示では、平㆓－治天下㆒のように「返って読む熟語（2字以上の漢字)」を示すときにハイフンを用い、平－治＜天下＞と表記する。一方、竪点のない平治㆓天下㆒は平治＜天下＞となる。

理由は不明だが、大漢和辞典をはじめとする多くの「漢文学」の書物は、患㆔所㆓以立㆒のように、所以に竪点を付けないで、「立つ所以を患う」と読ませている。返り点にしたがって読めば、「以て立つ所を患う」となるはずである。

（2）異点同順のケース

異なる返り点を付けて、同じように訓読する異点同順のケースは、括弧表示では統一して表記する。たとえば、欲㆑師㆓－事之㆒と欲㆔師㆓－事之㆒はどちらも「之に師事せんと欲す」と読むので、欲＜師－事＜之＞＞となる。

竪点が連続する場合、有㆑楚－大－夫㆓於此㆒、有㆔楚－大－㆓夫於此㆒、有㆑楚㆓－大－夫於此㆒、有レ楚㆓大－夫㆔於此㆒などの返り点の付け方があるが、これらはすべて「此に楚の大夫有り」と訓読するので、括弧表示は有＜楚－大－夫＜於此＞＞に統一する。

一二点の術在㆓人間㆒（術は人間に在り）を、竪点とレ点を使って、術在㆑人－間とあらわす刊本もある。これも術在＜人間＞と統一する。

使役形の天帝使㆔我長㆓百獣㆒（天帝我をして百獣に長たらしむ）に天帝使㆔㆑我長㆓百獣㆒とレ点をつかうケースもある(「…をして」と読む部分に一二点をつけるケースもある)が、どちらも訓読した語順は同じなので、括弧表示は天帝使＜我長＜百獣＞＞となる。

（３）再読文字の連用

当応、応合のように再読文字を連用した場合は、2 字で「まさに…べし」と読むので、罪当$_{\text{二}}$応死$_{\text{一}}$（罪まさに死すべし）の括弧表示は、返り点に依拠して罪当－＜応死＞とする。この「応」は訓読されない黙字（置き字）に相当している。当応$_{\text{下}}$為$_{\text{二}}$小児$_{\text{一}}$故$_{\text{上}}$也（当に小児の為の故なるべし）も返り点に依拠して、当応－＜為＜小児＞故＞也となる。

当と須が連用した、当$_{\text{下}}$須履$_{\text{二}}$忠正$_{\text{一}}$蹈$_{\text{中}}$公清$_{\text{上}}$（当に須らく忠正を履み公清を蹈むべし）は、当－＜須履＜忠正＞蹈＜公清＞＞になる。

（４）括弧表示は理論的なモデル

括弧表示は、理論的に考えうる、あらゆる訓読のパターンに対応するようになっている。

レ点の連続は、匹夫不$_{\text{レ}}$可$_{\text{レ}}$奪$_{\text{レ}}$志也（括弧表示は匹夫不＜可＜奪＜志＞＞＞也）のように実際には 3～4 つ程度までだが、括弧表示の入れ子は何重になってもよい。

実際に使用されている返り点には、レ点、一二点、上下点、天地点、乾坤点、甲乙点（十干点）、春夏秋冬点、元亨利貞点、十二支点、二十八宿点などがあるが、括弧表示では、どのような文字数の漢字列に対しても、＜　＞が何重にも入れ子になりうる、と仮定する。つまり、十二支点、二十八宿点につづく「○○点」「××点」が無限に存在すると仮定する。

同じように 4 つ以上の竪点が 5 字以上の漢字をつないでいる例は、実際には見当たらないが、括弧表示では、ハイフンの数を制限しない。

再読の場合も、無限に入れ子になるケースを想定する。

括弧表示が、起こりうる、あらゆる返読、再読のパターンに対応する理論的なモデルとなっていることは、括弧表示の利点の一つであり、すべての返り点、すべての返って読む熟語を示す竪点、すべての再読を、機械的に＜　＞と－だけで表すことができ、白文に「レ」「一」「二」「上」「下」などを、漢字の隅に小さく書き込む必要がない。

また 2. で述べたように、括弧表示によって、漢文訓読のもつ入れ子構造が明らかになる。とくに、レ点の連続や一二三点などにあらわれる入れ子構造は、括弧表示によって明確に示される。＜　＞の数により、返読時の入れ子の度合いを示すこともできる。全文字数に対する＜　＞の数の比率は、その漢文の著者や訓読した人の個性をあらわす指標となる。

さらに、再読をのぞく返読だけの場合、＜　＞内を、左括弧（＜）の左側に置かれた漢字 1 字または－で結ばれた 2 字以上の漢字の「前におく」、つまり「括弧をはずす」という操作をおこなうと、訓読後の漢字列が機械的にみちびかれる。この「漢字の並べ替え（語順変換)」は、異なる漢字から構成されている漢字列に対しては、並べ替え後の漢字列から「元の漢字列の括弧表示」が復元できる。

なお、「入れ子になった＜　＞は、内側・外側のどちらから括弧をはずしても、最終的に同じ漢字列になる」という定理を導くことができる。

括弧表示の最大の利点は、数学的な処理が容易におこなえる点にある。

次章では、返読や再読によって引き起こされる、動的な「漢字の並べ替え（語順変換）」ではなく、「漢字列に＜　＞と－を挿入する仕方は何通りあるか」という静的な観点から考察を進める。

4. 再読をふくむ訓読モデルの母関数

表1の「返り点だけを使用」欄の数列を$\{c_n\}$とし、「竪点も使用」欄の数列を $\{k_n\}$、「再読をふくむ」欄の数列を $\{p_n\}$ とする。数列をあつかうばあい、はじめに漸化式を計算し、そこから一般項が求まればベストであり、母関数を求めることがそれに次ぐ。

2009年の計量国語学会（東京女子大）では、返り点だけから生まれる数列 $\{c_n\}$ の母関数を求め、一般項が「組合せ論」ではよく知られたカタラン数になることを証明した。

2012年の計量国語学会（名古屋大）および日本数学会の応用数学合同研究集会（龍谷大）では、竪点の使用を認める数列 $\{k_n\}$ の母関数を証明し、Atkinson、Stitt 両氏の論文（Discrete Math.,259(2002),19-36）の定理17と初項をのぞき一致していることを示した。

ここでは、再読をふくむ数列 $\{p_n\}$ の母関数を括弧表示を使って証明する。

先頭の漢字2字（AとB）がどのような関係にあるかで分類すると，次の4つのタイプになる。なお、計算の便宜上、$p_0 = 1$ とし、表1にあるように $p_1 = 1$、 $p_2 = 3$ とする。

(1) AB タイプ：場合の数は、B以下の場合の数になるので、p_{n-1}　通り。

(2) A＜B タイプ：Bをふくめ、＜　＞のなかに i 字$(1 \leq i \leq n-1)$があるとすると、残りは n －1－ i 字だから、場合の数は、$\sum_{i=1}^{n-1} p_i p_{n-1-i}$　通り。

(3) A－B タイプ：A, Bをふくめ、－でつながれた i 字 $(2 \leq i \leq n-1)$があり、－の右側の＜　＞の中に j 字$(1 \leq j \leq n-i)$あるとすると、残りは n － i － j 字だから、場合の数は、$\sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-i} p_j p_{n-i-j}$　通り。

(4) A－＜B タイプ：Bをふくめ、＜　＞のなかに i 字$(1 \leq i \leq n-1)$があるとすると、残りはn －1－ i 字だから、場合の数は、(2)と同じ$\sum_{i=1}^{n-1} p_i p_{n-1-i}$　通り。

この分類を利用して、あらゆる訓読パターンに「番号をつける」こともできる。

ここで、返り点だけを使用する c_n は(1)と(2)の和、竪点も使用する k_n は(1)(2)(3)の和として計算できることを注意しておく。(3)を細分し、竪点1つだけの使用を認める・竪点2つまでの使用を認める・竪点3つまでの使用を認める…などの数列も計算できる。

p_n は(1)～(4)の和になるので、次の漸化式を得る。

$$p_n = p_{n-1} + \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-i} p_j p_{n-i-j} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} p_i p_{n-1-i}$$

$$= p_{n-1} + [(p_1 p_{n-2} + \cdots + p_{n-1} p_0) + \cdots + p_1 p_0] + (p_1 p_{n-2} + \cdots + p_{n-1} p_0). \qquad \cdots (4.1)$$

この漸化式の次数を n+1 に変えると、下のように簡略化した漸化式を得る。

$$p_{n+1} = p_n + 2(p_1p_{n-1} + \cdots + p_{n-1}p_1 + p_np_0) + [p_n - p_{n-1} - (p_1p_{n-2} + \cdots + p_{n-1}p_0)]$$
$$= 2\sum_{i=0}^{n} p_ip_{n-i} - \sum_{i=0}^{n-1} p_ip_{n-1-i}\,. \qquad \cdots (4.2)$$

組合せ論では、このような$\sum_{i=0}^{n} p_ip_{n-i}$をふくむ数列の母関数$g(x) = \sum_{i=0}^{\infty} p_ix^i$を求める手法はよく知られている。$\{g(x)\}^2 = {p_0}^2 + (p_0p_1 + p_1p_0)x + \cdots + (\sum_{i=0}^{n} p_ip_{n-i})x^n + \cdots$ だから、(4.2)式の両辺に$x^{n+1}(n = 2, \cdots, \infty)$をかけ、これらの総和を辺ごとに求め、次の関数二次方程式を得る。

$$(x^2 - 2x)g(x)^2 + g(x) + x - 1 = 0. \qquad \cdots (4.3)$$

これを解き、複号のうちマイナスは、テイラー展開の初項が定数項でないので捨てる。
よって、数列 $\{p_n\}$ の母関数 $g(x)$ は、

$$\frac{-1 + \sqrt{-4x^3 + 12x^2 - 8x + 1}}{2(x^2 - 2x)}$$
$$= 1 + x + 3x^2 + 12x^3 + 53x^4 + 248x^5 + 1209x^6 + 6078x^7 + 31292x^8 + \cdots. \qquad \cdots (4.4)$$

5. おわりに

返り点だけの場合と竪点も使う場合の、括弧表示の再帰的な定義は、それぞれ 2009 年、2012 年の発表で明らかにした。これらの定義は、根付き木のグラフ、および、直和・直差の概念を用いた順列行列による定義とも同値になり、さらに、同じ漢字をふくまない漢字列に対して、括弧をはずして漢字を並べ替えた結果から元の括弧表示が復元できる（括弧表示がもたらす語順変換は 1 対 1 写像である）ことを証明した。再読をふくむ訓読モデルも同じように定義できるが、ここでは省略する。

今回の発表は、括弧表示が多くの生産的な議論を生み出すモデルであることに力点をおいた。現行の漢文教育や漢文研究に括弧表示を導入すれば、新たな教育・研究のスタイルをもたらすことは想像に難くない。

むろん括弧表示は、漢文訓読を数学や統計学の研究対象として捉えるときの強力なモデルとなりえる。括弧表示によって、「漢文学」は「数理漢文学」に進化し、数理言語学やコンピュータ・サイエンスへの仲間入りを果たせるであろう。

今回をふくめ、これまでの考察にあたっては、漢文と数学の両方に関心をもつ稀有な懇話会である近畿和算ゼミナールの会員をはじめ、多くの方々にご教示、ご協力をいただいた。数学では、大西正男、田村三郎、Douglas Rogers、J. Marshall Unger、斉藤明の各氏にお世話になった。漢文では、古田島洋介、湯城吉信の両氏にご協力いただいた。記して感謝申し上げる。